5.曲げ部材の強度

長方形断面

単鉄筋

単鉄筋断面のモーメント強度

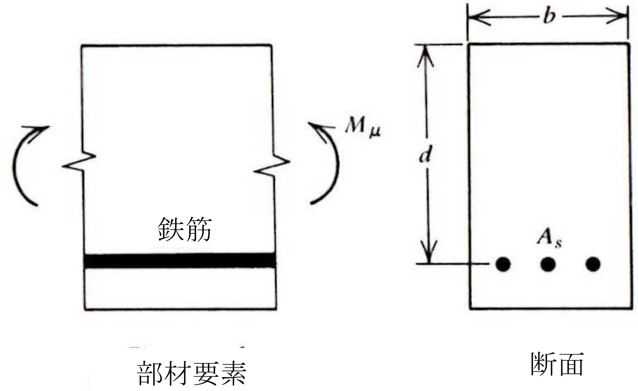
引張合力：$T = A_s f_s$

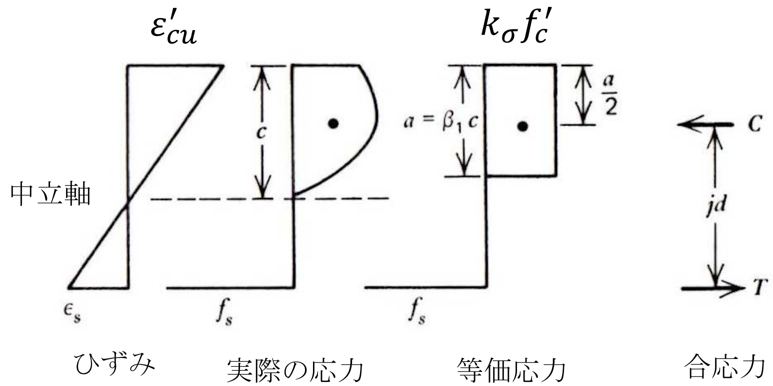
圧縮合力：$C = k_\sigma f_c' ab$

アーム長（合力間距離）：$jd = d - 0.5a$

$\therefore$

$M_u = Tjd = Cjd$





曲げ破壊のタイプ

1）曲げ引張破壊

2）曲げ圧縮破壊

3）釣合い破壊

曲げ引張破壊

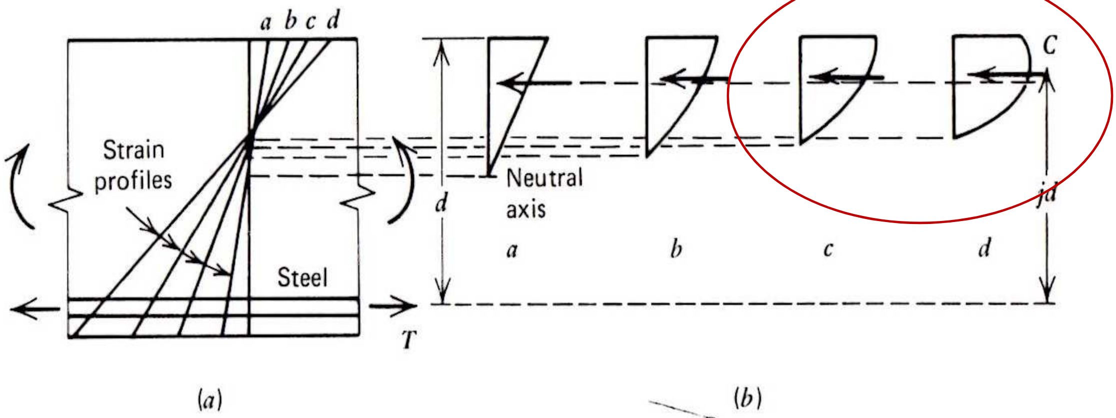
1) 鉄筋比が小さい場合、圧縮コンクリートが最大応力に達する前に鉄筋が降伏

2) ひび割れ幅とともに圧縮縁コンクリートのひずみが増大

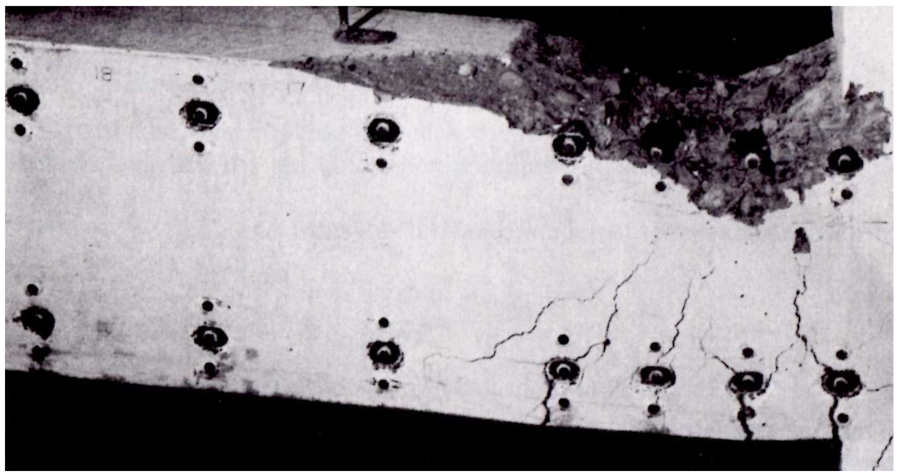
3) コンクリート圧縮応力分布の非線形性が顕著

4) 圧縮応力ブロックの平均応力は増大(中立軸深さが減少⇒アーム長がわずかに増加⇒モーメント抵抗も増大)

5) コンクリート圧壊



モーメント増加に伴う圧縮部コンクリートの応力分布



曲げ引張破壊のモーメント強度

■鉄筋降伏：$f_s = f_y$

■圧縮・引張合力の釣合い　C=T：

$$A_s f_y = k_\sigma f_c' ab$$

$$\therefore \quad a = \frac{A_s f_y}{k_\sigma f_c' b}$$

■曲げモーメント強度：

$$M_u = Tjd = A_s f_y (d - 0.5a) = A_s f_y \left(d - 0.5 \frac{A_s f_y}{k_\sigma f_c' b}\right)$$

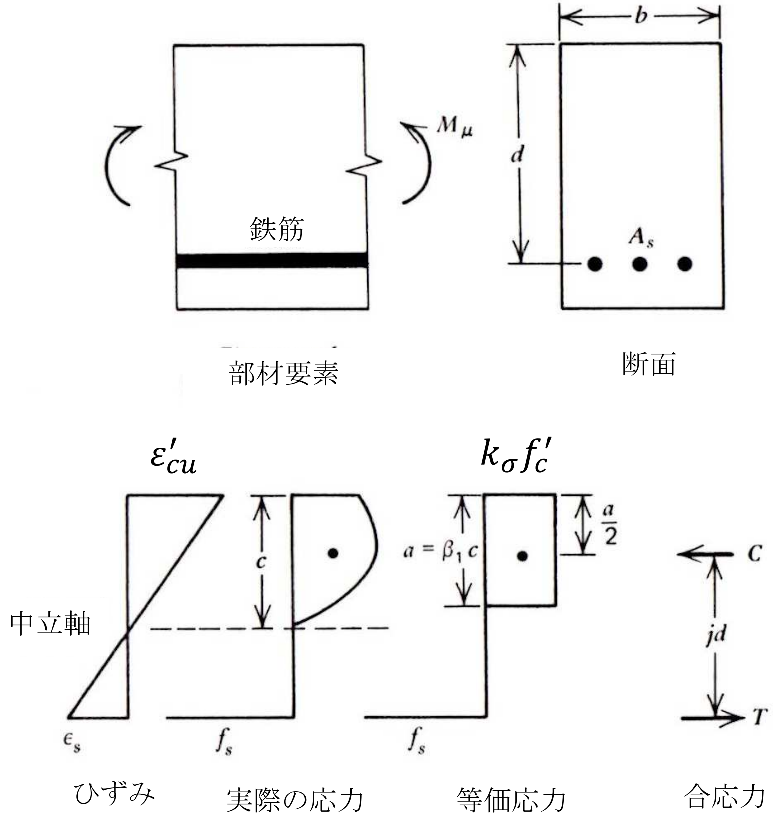
曲げ圧縮破壊

■鉄筋量が多い場合

■鉄筋降伏前にコンクリートが最大強度に達する

■圧縮最外縁コンクリートのひずみがε'_{cu}に達してモーメント強度に至る

■引張側では鉄筋応力が低く、曲げひび割れ幅も小さい



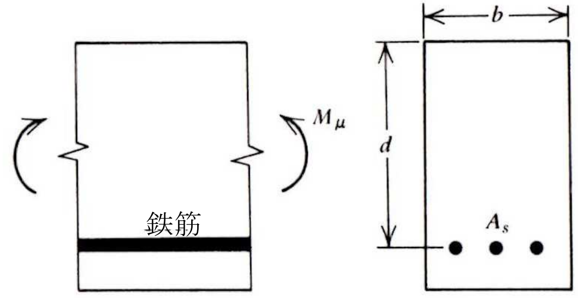
曲げ圧縮破壊のモーメント強度(1)

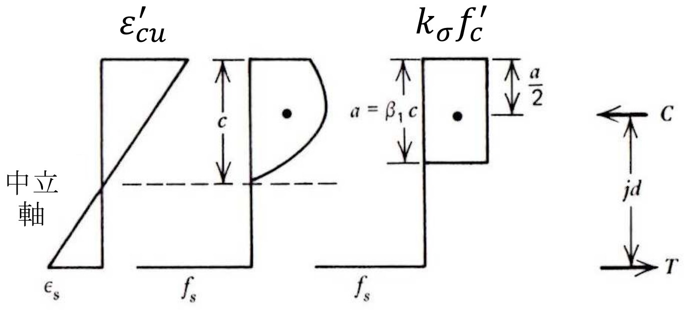
■鉄筋は弾性：$f_s < f_y$

$$\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon'_{cu}} = \frac{d-c}{c} \qquad \therefore \quad \varepsilon_s = \varepsilon'_{cu}\frac{d-c}{c}$$

$$\therefore \quad f_s = \varepsilon_s E_s = \varepsilon'_{cu}\frac{d-c}{c}E_s$$

または $a = \beta_1 c$ より、$f_s = \varepsilon'_{cu}\dfrac{\beta_1 d - a}{a}E_s$





曲げ圧縮破壊のモーメント強度(2)

■圧縮・引張合力の釣合い$C = T$より

$$k_\sigma f_c' ab = A_s f_s = \varepsilon_{cu}' \frac{\beta_1 d - a}{a} E_s A_s$$

$$k_\sigma f_c' a^2 b = \varepsilon_{cu}'(\beta_1 d - a) E_s A_s = \varepsilon_{cu}'(\beta_1 d - a) E_s \rho b d$$

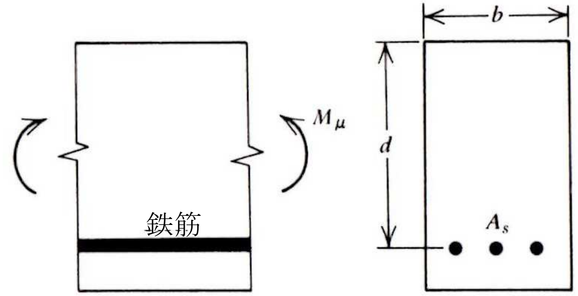
$$\left(\frac{k_\sigma f_c'}{\varepsilon_{cu}' E_s \rho}\right) a^2 = (\beta_1 d - a) d$$

$$\therefore \quad \left(\frac{k_\sigma f_c'}{\varepsilon_{cu}' E_s \rho}\right) a^2 + ad - \beta_1 d^2 = 0$$

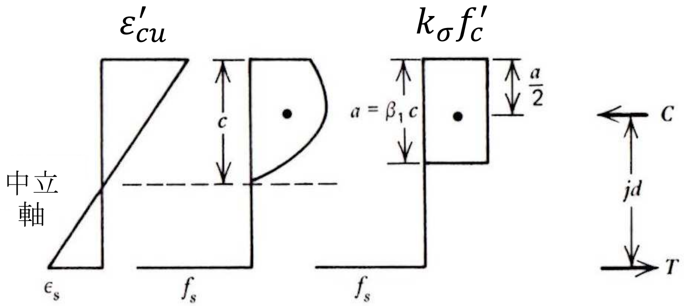
ここに、ρは引張鉄筋比：$\rho = A_s / bd$

■上記を解いてaを求める

■$M_u = Cjd = k_\sigma f_c' abjd = k_\sigma f_c' ab(d - 0.5a)$



部材要素　断面



ひずみ　実際の応力　等価応力　合応力

釣合い破壊(1)

■ある鉄筋量のときに鉄筋は降伏強度f_y、圧縮最外縁コンクリートひずみが$k_\sigma f_c'$に同時に到達する

■鉄筋ひずみ：$\varepsilon_s = f_y/E_s$

■ひずみ分布の3角形分布考慮して

$$\frac{f_y/E_s}{\varepsilon'_{cu}} = \frac{d-c_b}{c_b}$$

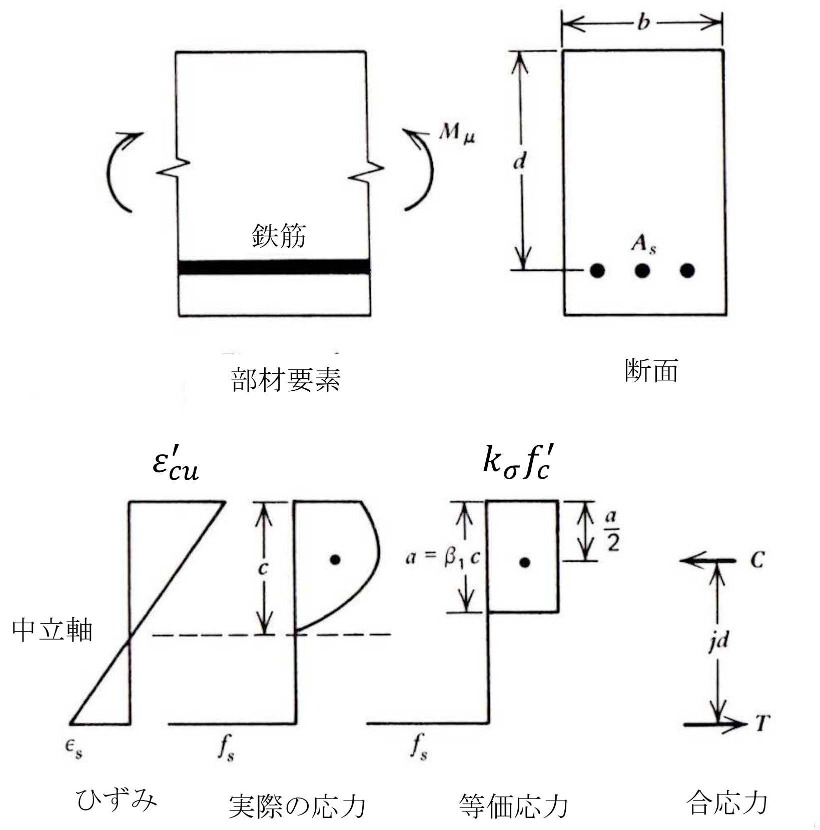
c_b：釣合い破壊時の中立軸深さ

$$f_y c_b = \varepsilon'_{cu} E_s (d - c_b) = \varepsilon'_{cu} E_s d - \varepsilon'_{cu} E_s c_b$$

$$\therefore \quad c_b = \frac{\varepsilon'_{cu} E_s}{\varepsilon'_{cu} E_s + f_y} d$$

または$a_b = \beta_1 c_b = \beta_1 \dfrac{\varepsilon'_{cu} E_s}{\varepsilon'_{cu} E_s + f_y} d$

a_b=釣合い破壊時の等価応力ブロックの深さ



釣合い破壊(2)

■圧縮、引張合力の釣合いC=Tより

$$k_\sigma f_c' a_b b = A_s f_y = \rho_b b d f_y$$

$\therefore \quad \rho_b = \frac{k_\sigma f_c' a_b}{f_y d}$　　ここに釣合い鉄筋比$\rho_b = \frac{A_s}{bd}$

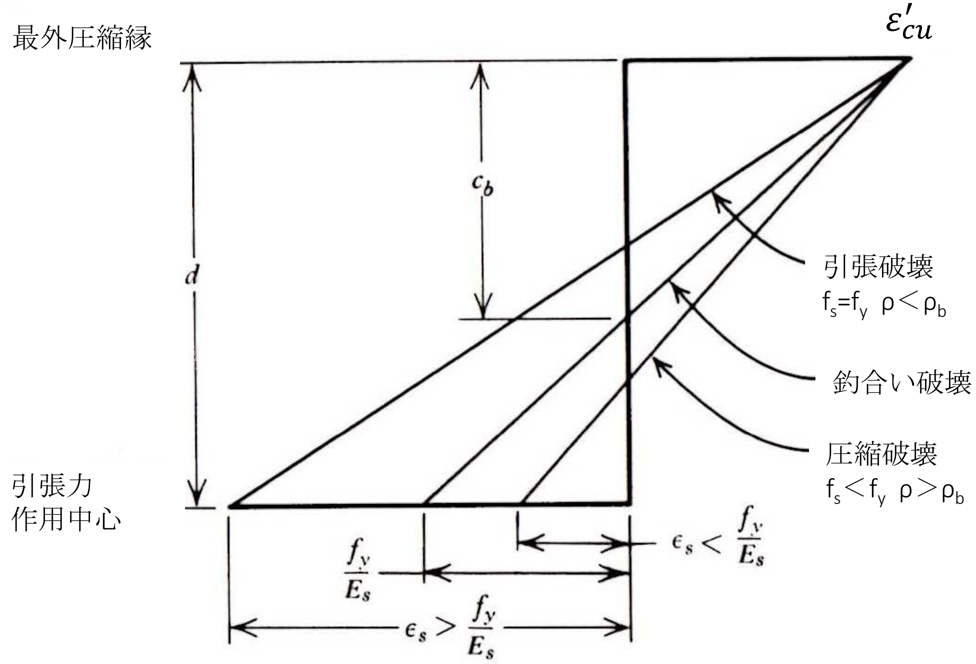
$a_b = \beta_1 \frac{\varepsilon_{cu}' E_s}{\varepsilon_{cu}' E_s + f_y} d$ を代入して

$$\rho_b = \frac{k_\sigma f_c'}{f_y d} \beta_1 \frac{\varepsilon_{cu}' E_s}{\varepsilon_{cu}' E_s + f_y} d = \frac{k_\sigma f_c' \beta_1}{f_y} \frac{\varepsilon_{cu}' E_s}{\varepsilon_{cu}' E_s + f_y}$$

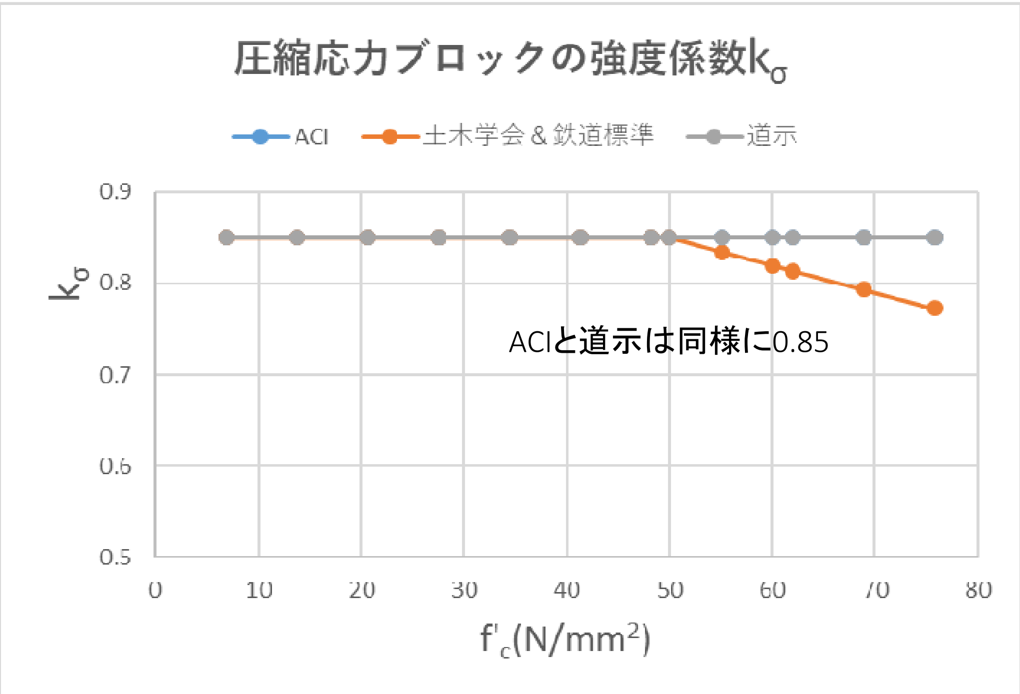
曲げ破壊のタイプと鉄筋比

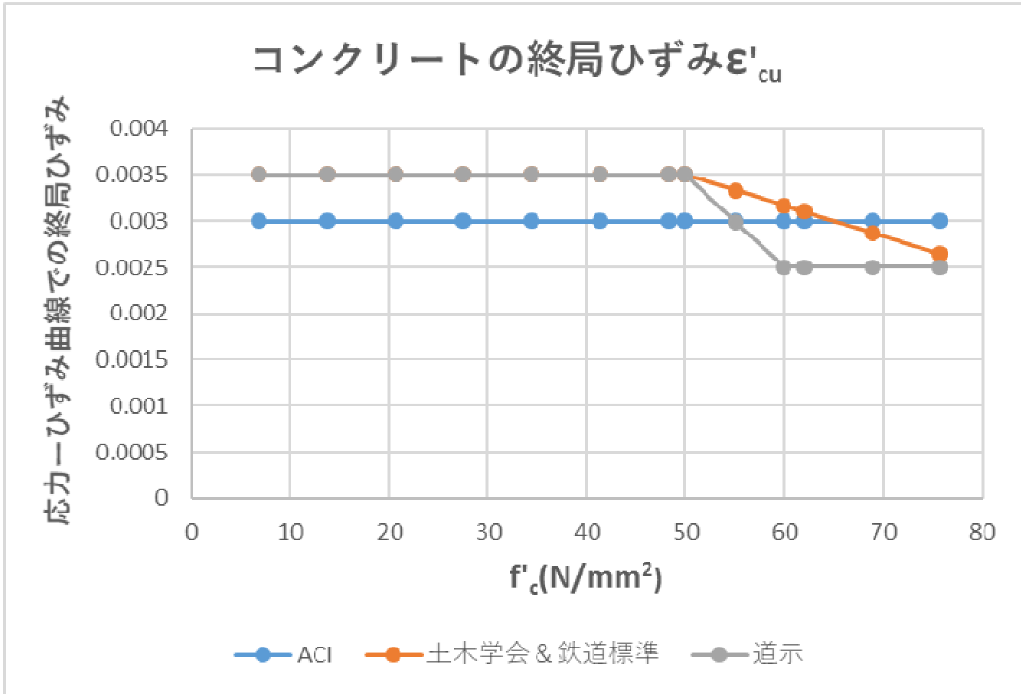
■$\rho < \rho_b$のとき、$c < c_b$且つ$\varepsilon_s > f_y/E_s$
　⇒　曲げ引張破壊

■$\rho > \rho_b$のとき、$c > c_b$且つ$\varepsilon_s < f_y/E_s$
　⇒　曲げ圧縮破壊



各基準に規定される圧縮応力ブロックの強度係数k_σと終局ひずみε'_{cu}





練習問題

■単鉄筋長方形断面

部材幅10in(254mm)、有効高さ18in(457mm)

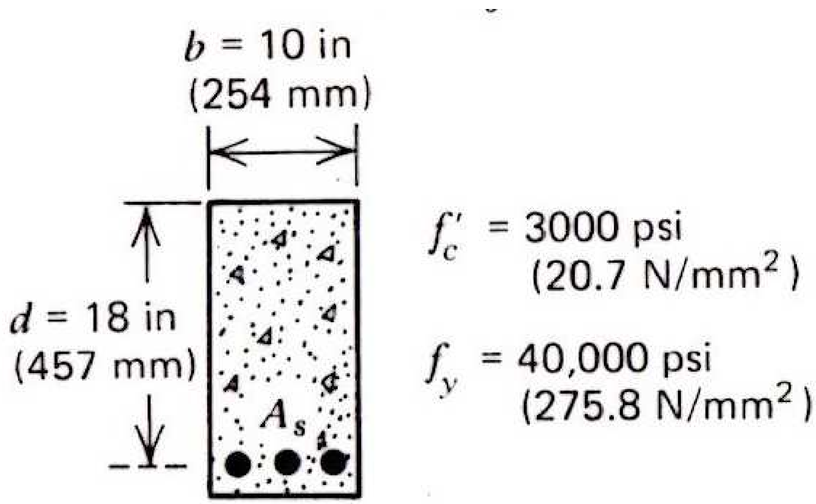
■材料

f_c'=3000psi(20.7N/mm^2)

f_y= 40,000 psi(275.8N/mm^2)

E_s=29×10^{6}psi(0.20×10^6 N/mm^2)

■A_s =(1) 4in^2(2581mm^2)、(2) 8in^2(5161mm^2)、(3) 釣合い鉄筋比のときのモーメント強度をそれぞれ計算せよ。



釣合い鉄筋比の算定

$$\rho_b = \frac{k_\sigma f_c' \beta_1}{f_y} \frac{\varepsilon_{cu}' E_s}{\varepsilon_{cu}' E_s + f_y}$$

いま、k_σ=0.85、$\beta_1 = 0.85$、ε_{cu}'=0.003を仮定すると（ACI基準）、

$$\rho_b = \frac{0.85 f_c' \times 0.85}{f_y} \frac{0.003 E_s}{0.003 E_s + f_y} = \frac{0.85 \times 3000 \times 0.85}{40000} \frac{0.003 \times 29 \times 10^6}{0.003 \times 29 \times 10^6 + 40000} = 0.0371$$

(1) As=4in^{2}のとき

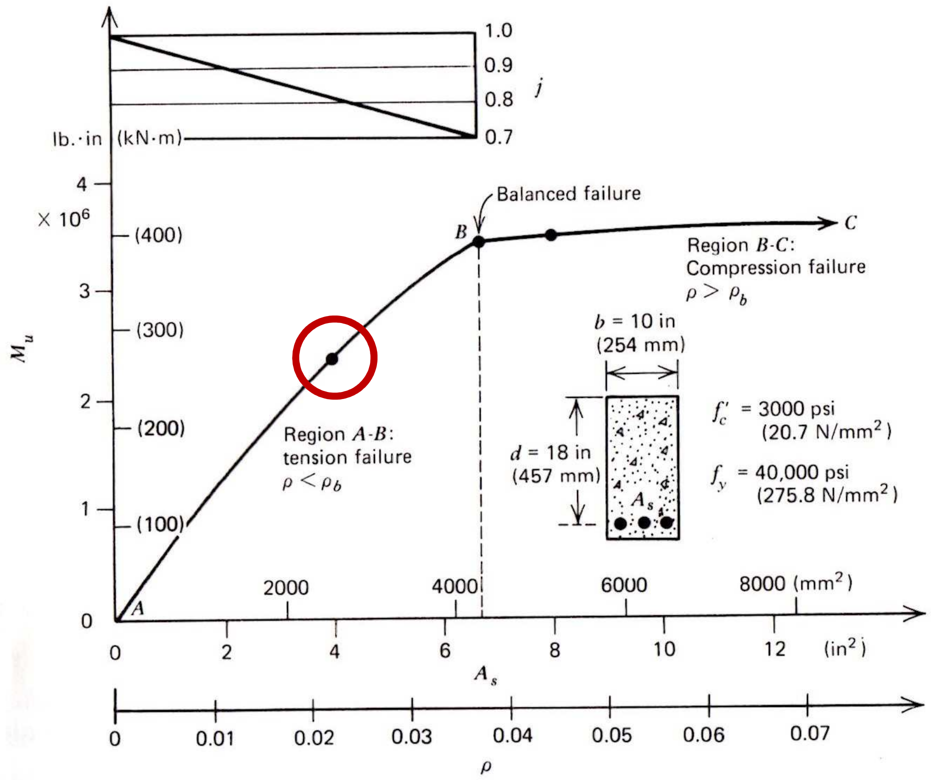
$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{4}{10\times18} = 0.0222 < \rho_b$$

従って、曲げ引張破壊する。

$$M_u = A_s f_y \left(d - 0.5\frac{A_s f_y}{k_\sigma f_c' b}\right)$$

$$= 4 \times 40000 \times \left(18 - 0.5\frac{4\times40000}{0.85\times3000\times10}\right)$$

$$= 2.37 \times 40000 \times 10^6\ lb \cdot in\ (268kN \cdot m)$$



(2) As=8in^{2}のとき

$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{8}{10\times18} = 0.0444 < \rho_b$

従って、曲げ圧縮破壊する。

$(\frac{k_\sigma f_c'}{\varepsilon_{cu}' E_s \rho})a^2 + ad - \beta_1 d^2$

$=(\frac{0.85\times3000}{0.003\times29\times10^6\times0.0444})a^2 + 18a - 0.85 \times 18^2 = 0$

$\therefore\ a^2 + 27.27a - 417.3 = 0$

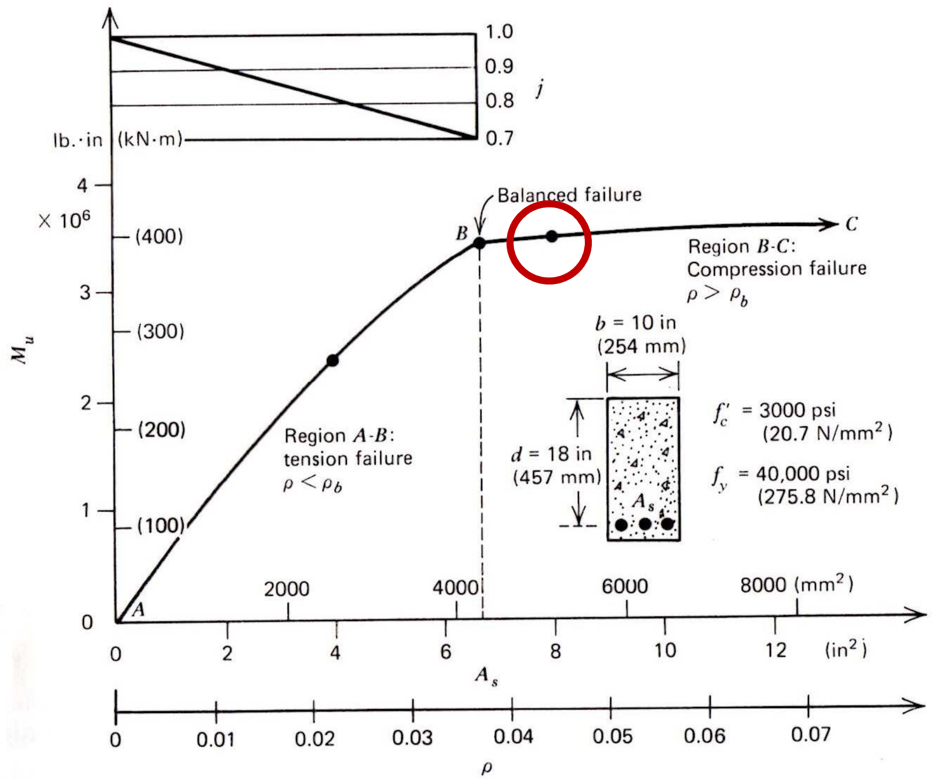
上記2次方程式の解はa=10.93in(278mm)　となる

（他の解は負の値）。

$M_u = k_\sigma f_c' ab(d - 0.5a)$

$= 0.85 \times 3000 \times 10.93 \times 10 \times (18 - 0.5 \times 10.93)$

$= 3.49 \times 10^6\ lb \cdot in\ (394 kN \cdot m)$



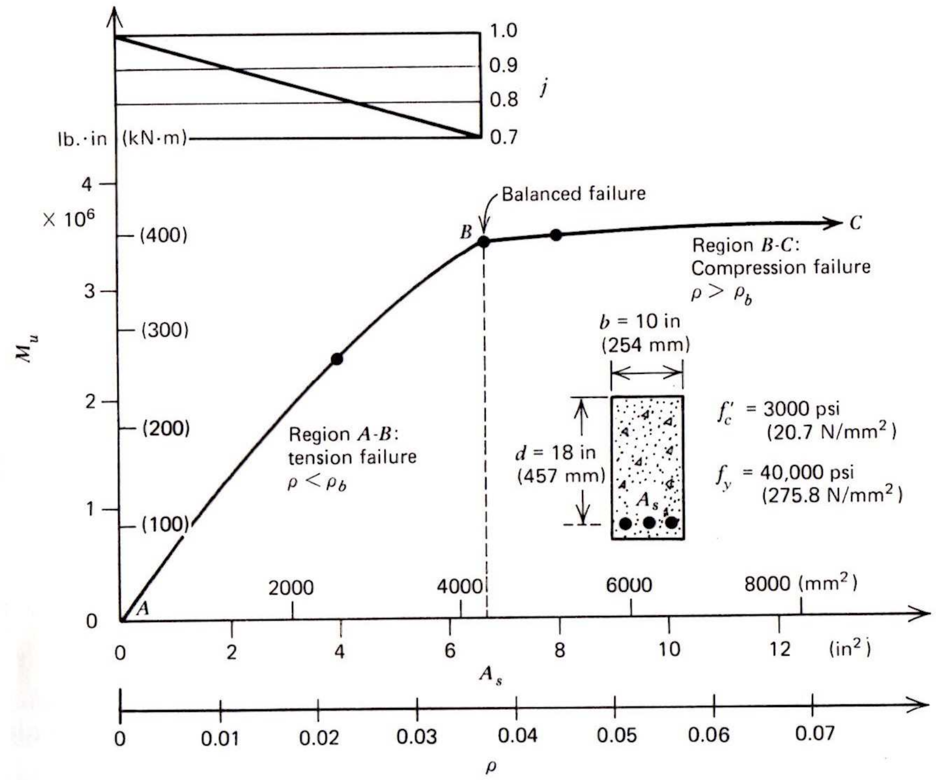
鉄筋量にともなうモーメント強度の変化ー練習問題の断面を対象に

■曲げ引張破壊域

モーメント強度は鉄筋量に対し必ずしも線形に増加しない⇒鉄筋作用力は線形に増加しても鉄筋量増加にともないアーム長は減少

■曲げ圧縮破壊域

モーメント強度の増加は極めてない⇒鉄筋量の増加にともない鉄筋応力およびアーム長とも減少



最大許容引張鉄筋比

■曲げ圧縮破壊は脆性的破壊

■曲げ引張破壊は靱性的破壊

↓

■$\rho \leq \rho_{max}$

$$\rho_{max} = \alpha\rho_b = \alpha \frac{k_\sigma f_c' \beta_1}{f_y} \frac{\varepsilon_{cu}' E_s}{\varepsilon_{cu}' E_s + f_y}$$

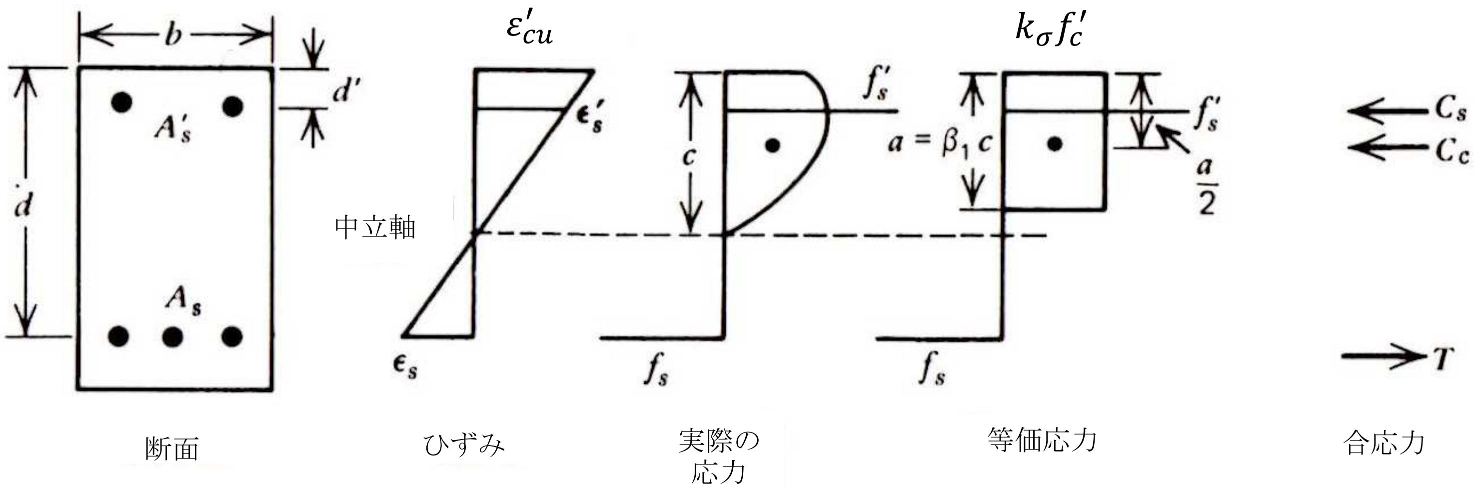
α=0.75 (ACI)

α=$0.88 - 0.004 f_c' \leq 0.68$(土木学会＆鉄道標準)

長方形断面

複鉄筋

モーメント強度に達したときの複鉄筋コンクリート断面



■全ての鉄筋が降伏するとして計算し、後でその一部なのか全てが降伏しているのかを調べ、必要に応じて計算結果を修正

圧縮合力と引張合力

■コンクリートの圧縮力

$C = k_\sigma f_c' ab$

■圧縮鉄筋の圧縮力

$C_s = A_s' f_y$

■引張鉄筋の引張力

$T = A_s f_y$

■圧縮合力と引張合力の釣合い

$$C = C + C_s = T \quad \Rightarrow \quad k_\sigma f_c' ab + A_s' f_y = A_s f_y$$

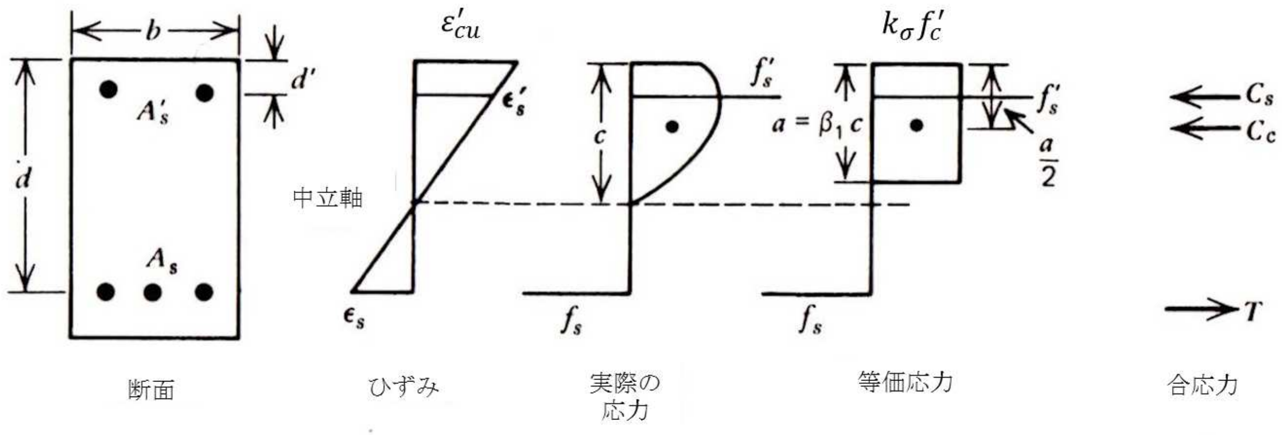
$$\therefore \quad a = \frac{(A_s - A_s') f_y}{k_\sigma f_c' b}$$

鉄筋の降伏チェック

■ひずみ分布の3角形分布考慮して

圧縮鉄筋：$\varepsilon_s' = \varepsilon_{cu}' \dfrac{c-d'}{c} = \varepsilon_{cu}' \dfrac{a/\beta_1 - d'}{a/\beta_1} = \varepsilon_{cu}' \dfrac{a-\beta_1 d'}{a}$ ➡ $\varepsilon_{cu}' \dfrac{a-\beta_1 d'}{a} > \dfrac{f_y}{E_s}$ の時、$f_s' = f_y$

引張鉄筋：$\varepsilon_s = \varepsilon_{cu}' \dfrac{d-c}{c} = \varepsilon_{cu}' \dfrac{d-a/\beta_1}{a/\beta_1} = \varepsilon_{cu}' \dfrac{\beta_1 d - a}{a}$ ➡ $\varepsilon_{cu}' \dfrac{\beta_1 d - a}{a} > \dfrac{f_y}{E_s}$ の時、$f_s = f_y$



全ての鉄筋が降伏という仮定が正しい場合のモーメント強度

■引張鉄筋周りのモーメントを考えて、

$$M_u = k_\sigma f_c' ab(d - \frac{a}{2}) + A_s' f_y (d - d')$$

ここに、$a = \frac{(A_s - A_s') f_y}{k_\sigma f_c' b}$

全ての鉄筋が降伏しない場合のモーメント強度

■ひずみ分布の3角形分布より

圧縮鉄筋：$f_s' = \varepsilon_s' E_s = \varepsilon_{cu}' \frac{a-\beta_1 d'}{a} E_s$　またはf_y

引張鉄筋：$f_s = \varepsilon_s E_s = \varepsilon_{cu}' \frac{\beta_1 d-a}{a} E_s$　またはf_y

■等価応力ブロックの再計算

$a = \frac{A_s f_s - A_s' f_s'}{k_\sigma f_c' b}$ ⇒ 鉄筋が弾性状態の場合上記を代入するとaに関する2次方程式となる。

■引張鉄筋周りのモーメントを考えて、

$$M_u = k_\sigma f_c' ab(d - \frac{a}{2}) + A_s' f_s (d - d')$$

練習問題ー
複鉄筋断面のモーメント強度

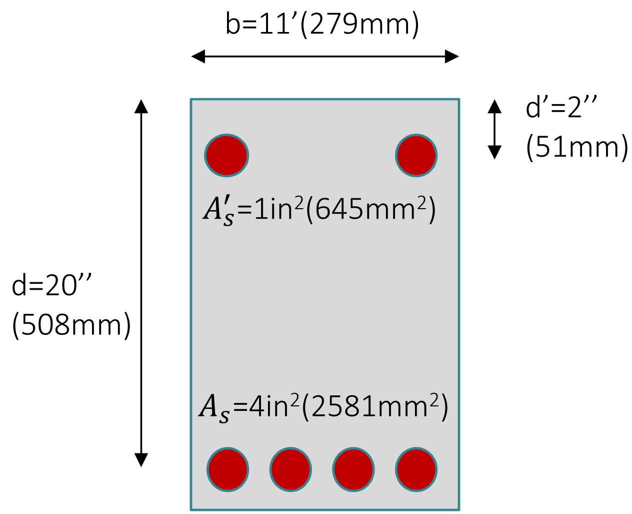
b=11in(279mm)

d=20in(508mm)、d’=2in(51mm)

A_s=4in²(2581mm²)、A'_s=1in²(645mm²)

E_s=29×$10^6 psi$ (0.2×10^6N/mm²)

f_y=40,000psi(276N/mm²)



(1) f'_c=3000psi (20.7N/mm²)

(2) f'_c=5000psi (34.5N/mm²)

のときのモーメント強度？

f_c'=3000psi (20.7N/mm^2)の場合のモーメント強度(1)

■コンクリートの圧縮力

$C = k_\sigma f_c' ab = 0.85 \times 3000 \times 11a = 28050a\ (lb)$

（∵ f_c'=3000psi (20.7N/mm^2)に対し、各基準とも$k_\sigma = 0.85$）

■圧縮鉄筋の圧縮力

$C_s = A_s' f_y = 1 \times 40000 = 40000\ (lb)$

■引張鉄筋の引張力

$T = A_s f_y = 4 \times 40000 = 160000\ (lb)$

■圧縮合力と引張合力の釣合い

$C + C_s = T \Rightarrow \quad 28050a + 40000 = 160000(lb)$

$\therefore \quad a = \frac{160000-40000}{28050} = 4.28\ (in)$

f_c'=3000psi (20.7N/mm^2)の場合のモーメント強度(2)

■中立軸深さ

$\beta_1 = 0.85$として(ACI基準)、$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{4.28}{0.85} = 5.03(in)$

■鉄筋降伏ひずみ

f_y/E_s=40,000/(29×10^6)=0.00138

■鉄筋降伏のチェック

$\varepsilon_{cu}' = 0.003$ (ACI基準)として、

ε_s' = 0.003 $\frac{c-d'}{c}$ = 0.003 $\frac{5.03-2}{5.03}$ = 0.00181 ＞ f_y/E_s=0.00138　　∴ f_s'=f_y

ε_s = 0.003 $\frac{d-c}{c}$ = 0.003 $\frac{20-5.03}{5.03}$ = 0.00892 ＞ f_y/E_s =0.00138　　∴ f_s=f_y

全ての鉄筋は仮定した通りに降伏

f_c'=3000psi (20.7N/mm^2)の場合のモーメント強度(3)

■モーメント強度

$M_u = C_c(d - 0.5a) + C_s(d - d')$

= 28,050 × 4.28 × (20 − 0.5 × 4.28) + 40,000 × (20 − 2)

= 2.86 × 10^6 lb・in (323kN・m)

f_c'=5000psi (34.5 N/mm^2)の場合のモーメント強度(1)

■コンクリートの圧縮力

$$C = k_\sigma f_c' ab = 0.85 \times 5000 \times 11a = 46750a\ (lb)$$

（∵ f_c'=5000psi (34.5N/mm^2)に対し、各基準とも$k_\sigma = 0.85$）

■圧縮鉄筋の圧縮力（降伏を仮定）

$$C_s = A_s' f_y = 1 \times 40000 = 40000\ (lb)$$

■引張鉄筋の引張力

$$T = A_s f_y = 4 \times 40000 = 160000\ (lb)$$

■圧縮合力と引張合力の釣合い

$$C = C + C_s = T \quad \Rightarrow \quad 46750a + 40000 = 160000 (lb)$$

$$\therefore \quad a = \frac{160000-40000}{46750} = 2.57\ (in)$$

f_c'=5000psi (35.4N/mm^2)の場合のモーメント強度(2)

■中立軸深さ

$\beta_1 = 0.80$ (ACI基準、土木学会、道示とも)、$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{2.57}{0.80} = 3.21(in)$

■鉄筋降伏ひずみ

f_y/E_s=40,000/(29×10^6)=0.00138

■鉄筋降伏のチェック

$\varepsilon_{cu}' = 0.003$ (ACI基準)として、

ε_s' = 0.003 $\frac{c-d'}{c}$ = 0.003 $\frac{3.21-2}{3.21}$ = 0.00113 $< f_y/E_s$=0.00138　　∴ $f_s' < f_y$

ε_s = 0.003 $\frac{d-c}{c}$ = 0.003 $\frac{20-3.21}{3.21}$ = 0.00157 $> f_y/E_s$ =0.00138　　∴ f_s=f_y

引張鉄筋は降伏するが圧縮鉄筋は降伏しない。

f'_c=5000psi (35.4N/mm^2)の場合のモーメント強度(3)

■圧縮鉄筋応力

$$f'_s = \varepsilon'_s E_s = 0.003\,\frac{c-d'}{c}\,E_s = 0.003\,\frac{a/\beta_1 - d'}{a/\beta_1}\,E_s = 0.003\,\frac{a-\beta_1 d'}{a}\,E_s$$

■圧縮鉄筋の圧縮力

$$C_s = A'_s f'_s \quad = 1 \times 0.003 \times \frac{a-0.8\times 2}{a} \times 29 \times 10^6 = 87{,}000\,\frac{a-1.6}{a}$$

■圧縮合力と引張合力の釣合い

$$C + C_s = T \;\Rightarrow\; 46750a + 87{,}000\,\frac{a-1.6}{a} = 160000(lb)$$

$$\therefore\; a^2 - 1.561a - 2.978 = 0$$

2次方程式を解いて、a＝$2.68in$

f_c'=5000psi (35.4N/mm^2)の場合のモーメント強度(4)

■圧縮鉄筋の圧縮力（再計算）

$$C_s = A_s' f_s' = 87{,}000 \frac{a-1.6}{a} = 87{,}000 \frac{2.68-1.6}{2.68} = 34960\ (lb)$$

■コンクリートの圧縮力（再計算）

$$C = 46750a = 46750 \times 2.68 = 125060\ (lb)$$

$$(\ C + C_s = 125060 + 34960 = 160020 \approx T\ )$$

■モーメント強度

$$M_u = C_c(d - 0.5a) + C_s(d - d')$$

$$= 125060 \times (20 - 0.5 \times 2.68) + 34960 \times (20 - 2)$$

$$= 2.96 \times 10^6\ lb \cdot in\ (334kN \cdot m)$$

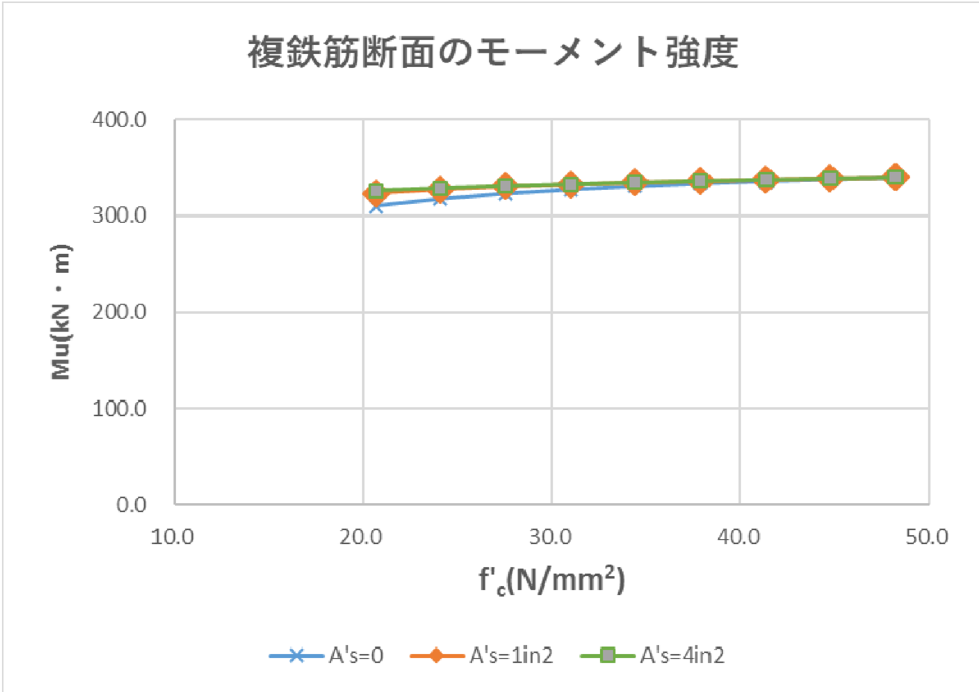
複鉄筋断面のモーメント強度ーまとめ

■パラメータ
f'c=3000~7000psi(20~50N/mm^2)

A's=0, 1in^2(6.5mm^2),4in^2(25.8mm^2)

■引張破壊するときのモーメント強度には差異は殆どみられない

■引張鉄筋が釣合い鉄筋比ρ_b以下で且つ適切量配置される場合には、圧縮鉄筋があってもモーメント強度に大きな影響を及ぼさない



では圧縮鉄筋の役割は？

■靭性改善

内部圧縮力はコンクリートに加え圧縮鉄筋でも負担⇒中立軸深さは小さくなる

⇒圧縮鉄筋を有する断面の終局曲率(ε_c/c)は増大

■作用荷重に対する長期変形を減少

コンクリートに作用する圧縮応力を低減することでクリープ変形を抑制

■符合の異なる曲げモーメントが作用する場合

自重と横荷重を受ける骨組み構造の梁

断面の上下両面に引張に抵抗する補強筋が必要となる