



コンクリートの応力とひずみ

構成

- ▶ 1.コンクリートの応力-ひずみ関係
- ▶ 2.コンクリートの収縮
- ▶ 3.コンクリートのクリープ



1.コンクリートの 応力-ひずみ関係



応力-ひずみ関係に影響を与える 力学的要因

- ▶ 圧縮強度
- ▶ 載荷履歴
- ▶ ひずみ速度
- ▶ 多軸応力

強度の異なるコンクリートの 1軸応力-ひずみ関係

- ▶ 圧縮強度の半分まで直線
- ▶ 強度の高い場合は直線的、低い場合は平たく曲線的
- ▶ 最大応力時ひずみ0.002

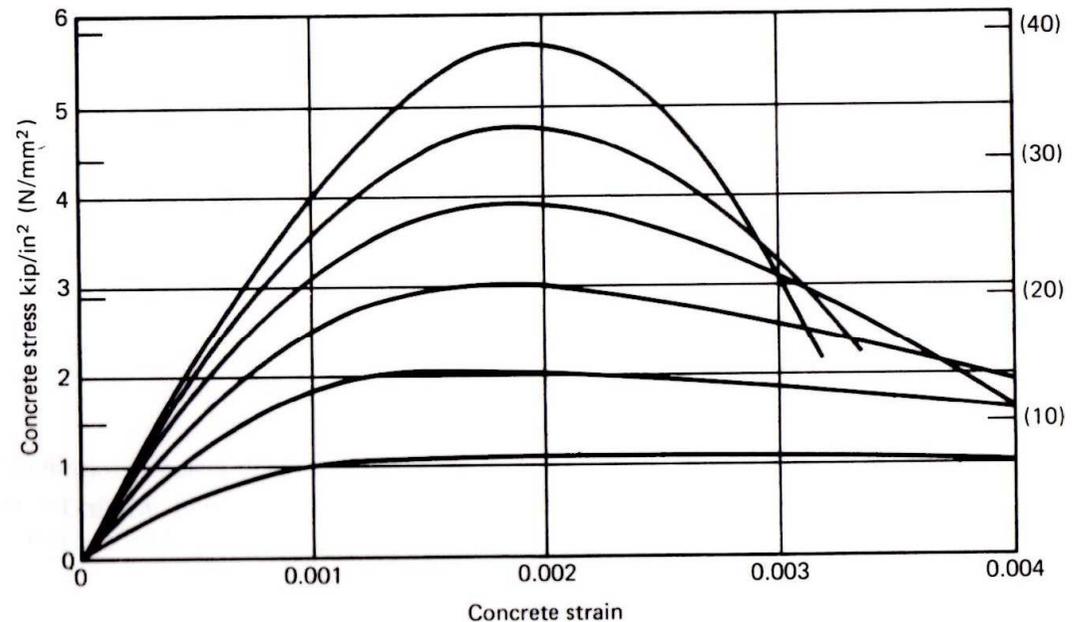


Fig. 2.1. Stress-strain curves for concrete cylinders loaded in uniaxial compression.

R.Park, and T.Paulay: Reinforced Concrete Structures, Jhon Wiley & Sons, p.12, 1975

強度の異なるコンクリートの 応力-ひずみ曲線の形状

- ▶ 形状はコンクリート強度に依存
- ▶ 強度が高くなるにつれて直線的

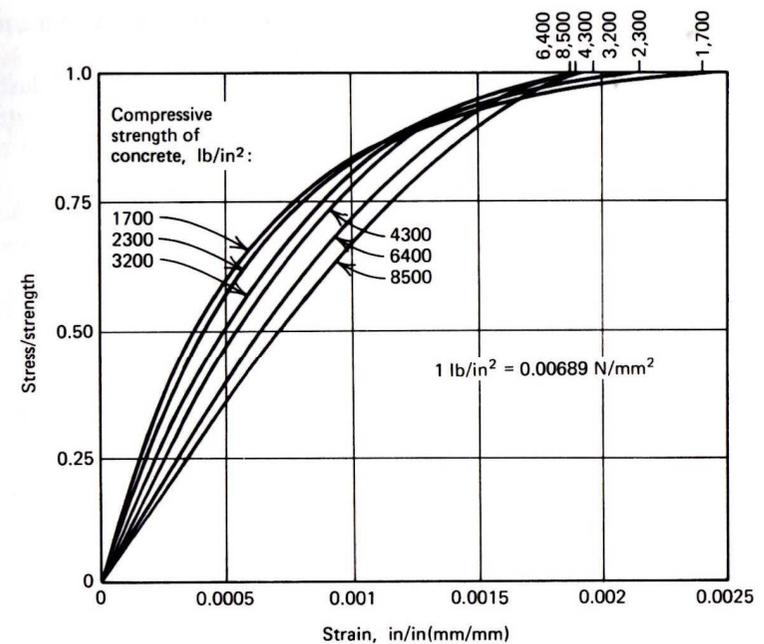
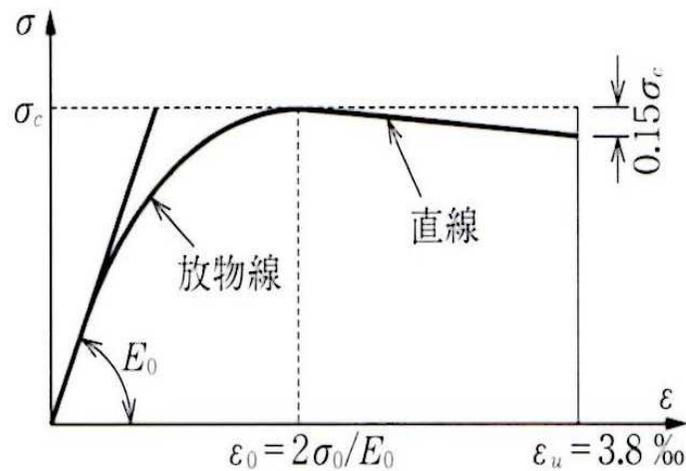


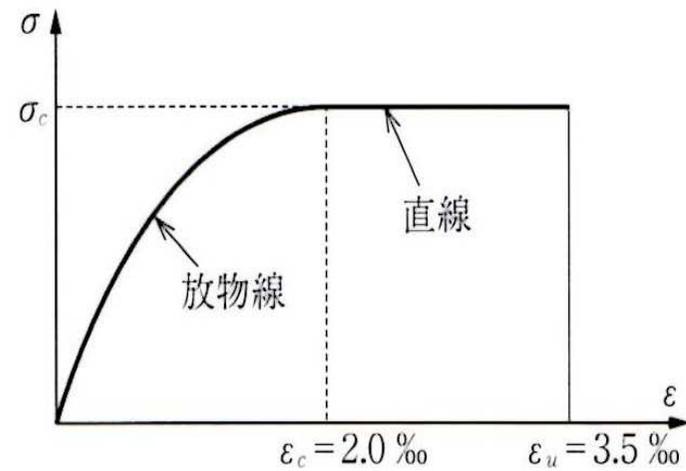
Fig. 2.2. Relationship between the stress to strength ratio and strain for concrete of different strengths.^{2,3}

H.Rusch: "Versuche zur Festigkeit der Biegedruckzone",
Deutscher Ausschuss for Stahlbetonbau, Bulletin No.120, Berlin,
1955, pp.94

モデル化された応力－ひずみ関係の例



(a) Hognestad

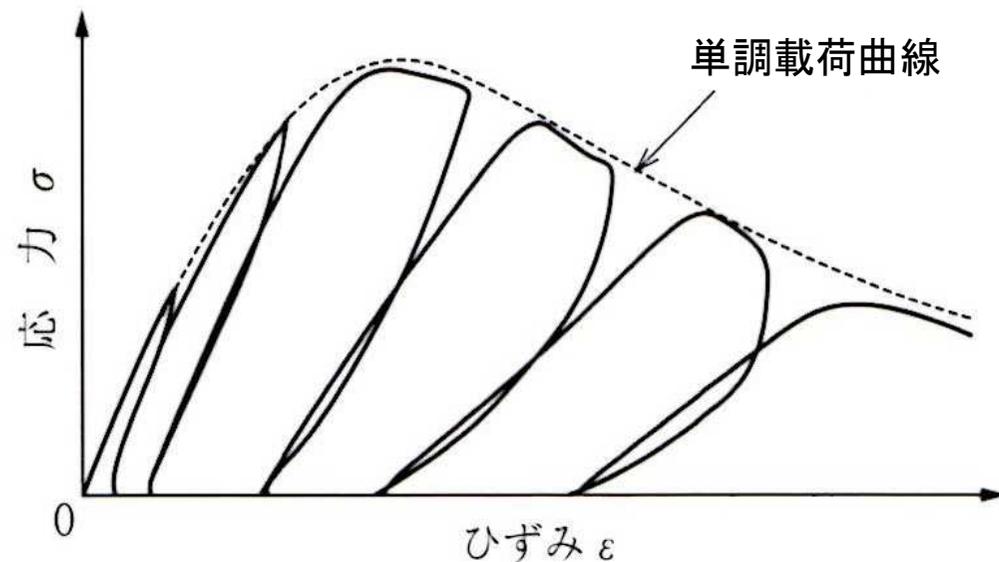


(b) Rüsçh

P.H.Kaar, N.W.Hanson, H.T.Capell: Stress-Strain Characteristics of High-Strength Concrete, Douglas McHenry International Symposium on Concrete and Concrete Structures, ACI SO-55, pp.161~186, 1978

除荷・再載荷を受ける場合の応力-ひずみ関係

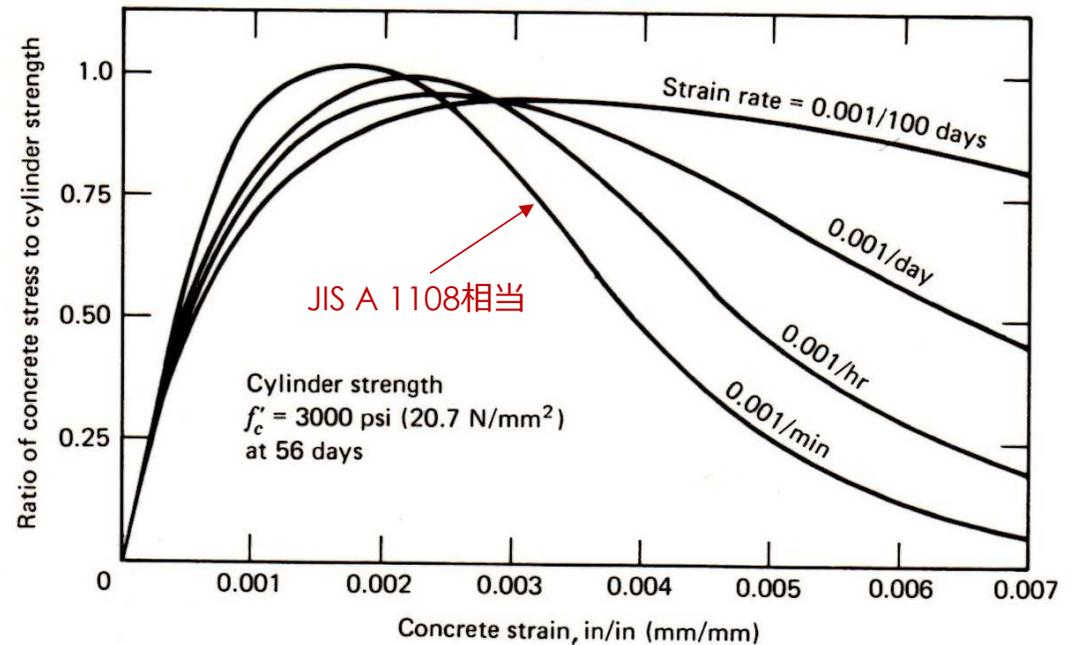
- ▶ 除荷曲線は下に凸
- ▶ 応力0に近付くと除荷曲線の接線勾配は除荷開始時に比べ非常に小さい
- ▶ 除荷・再載荷曲線の包絡線は単調載荷時と一致



日本コンクリート工学協会：コンクリート便覧（第二版），1996年

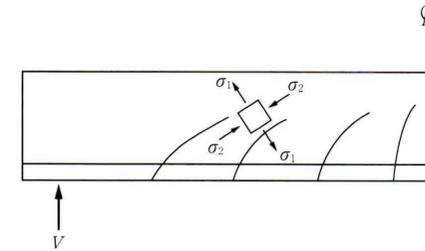
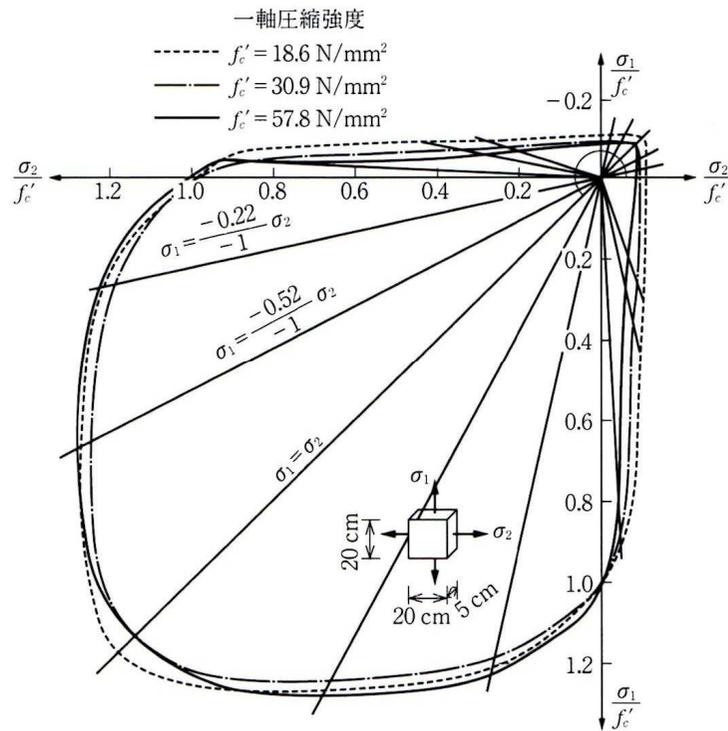
長期載荷を受ける場合の応力-ひずみ関係

- ▶ 長期持続荷重に対する圧縮強度は短期強度（破壊まで数分）の約80%
- ▶ ひずみ速度の低下に伴い、最大応力は徐々に低下、軟化域勾配は緩やかに、最大応力点のひずみは増加



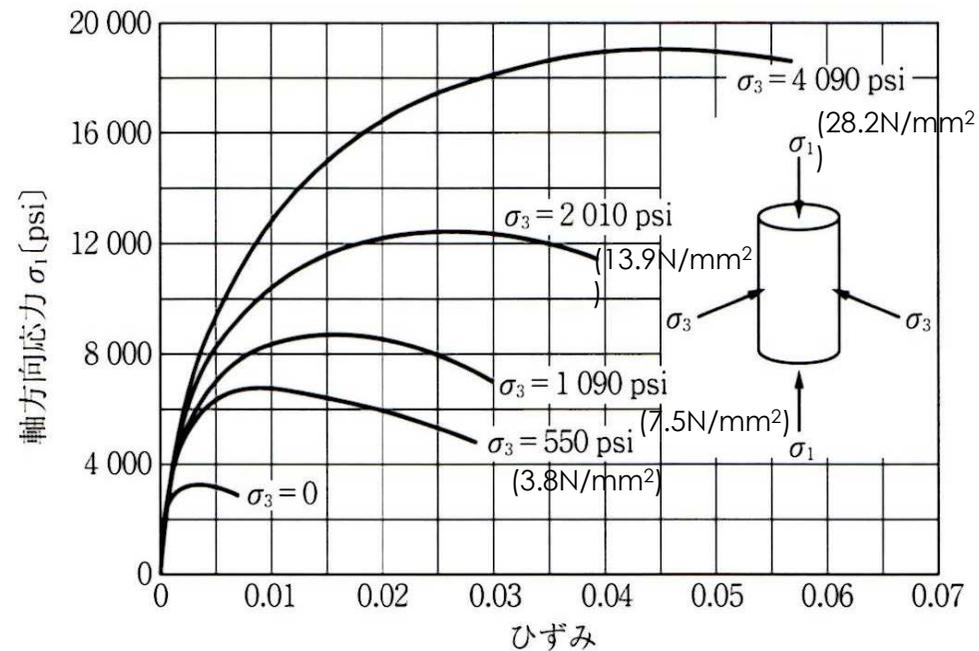
H.Rusch, Researches Towards a General Flexural Theory for Structural Concrete, Journal ACI, Vol.57, No.1, July 1960, pp.1~28

コンクリートの2軸強度



H.Kupfer, H.Hilsdorf, H.Rusch: Behavior of Concrete under Biaxial Stresses, Journal ACI, Vol.66, No.8, pp.656~666,1969

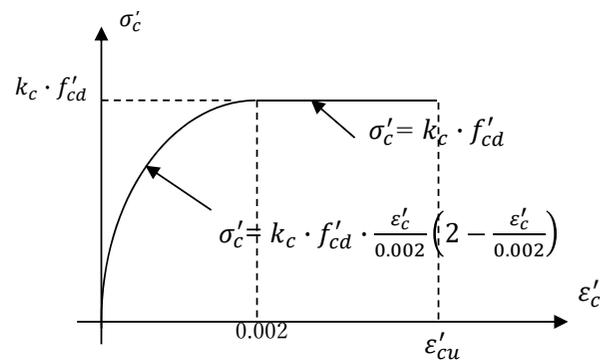
3軸圧縮を受けるコンクリートの 応力-ひずみ関係



J.G.McGregor: Reinforced Concrete (3rd ed.), Prentice Hall, 1997

設計基準での応力-ひずみ曲線の取扱い：土木学会

a) 部材の最大曲げモーメントの算定に用いる場合



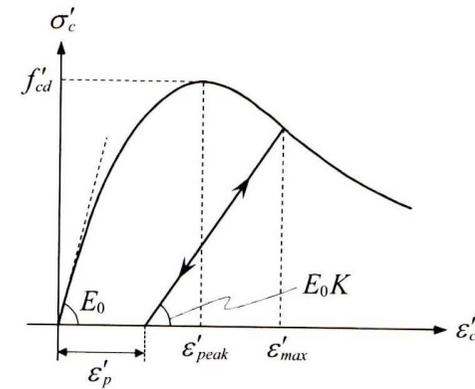
$$k_c = 1 - 0.003f'_{ck} \leq 0.85$$

$$\varepsilon'_{cu} = \frac{155 - f'_{ck}}{30000} \leq 0.0035$$

$$18 \leq f'_{ck} \leq 80(N/mm^2)$$

最大曲げモーメント時の回転角は別途実験式で定めている

b) 部材の力学特性を材料の応力-ひずみ関係から直接求める場合（動的応答解析用履歴モデル）



$$\sigma'_c = E_0 K (\varepsilon'_c - \varepsilon'_p)$$

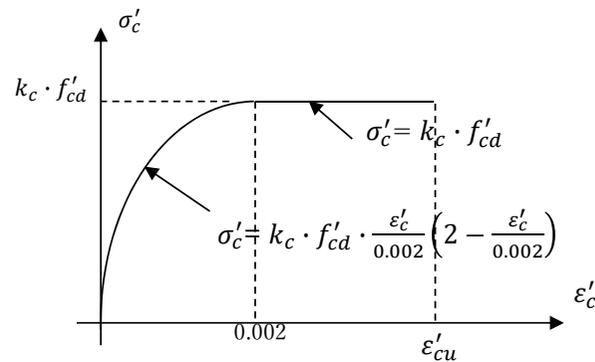
$$E_0 = \frac{2f'_{cd}}{\varepsilon'_{peak}}$$

$$K = \exp\left\{-0.73 \frac{\varepsilon'_{max}}{\varepsilon'_{peak}} \left(1 - \exp\left(-1.25 \frac{\varepsilon'_{max}}{\varepsilon'_{peak}}\right)\right)\right\}$$

$$\varepsilon'_p = \varepsilon'_{max} - 2.86 \cdot \varepsilon'_{peak} \left\{1 - \exp\left(-0.35 \frac{\varepsilon'_{max}}{\varepsilon'_{peak}}\right)\right\}$$

設計基準での応力-ひずみ曲線の取扱い：鉄道標準

部材の最大曲げモーメントの算定に用いる



$$k_c = 1 - 0.003f'_{ck} \leq 0.85$$

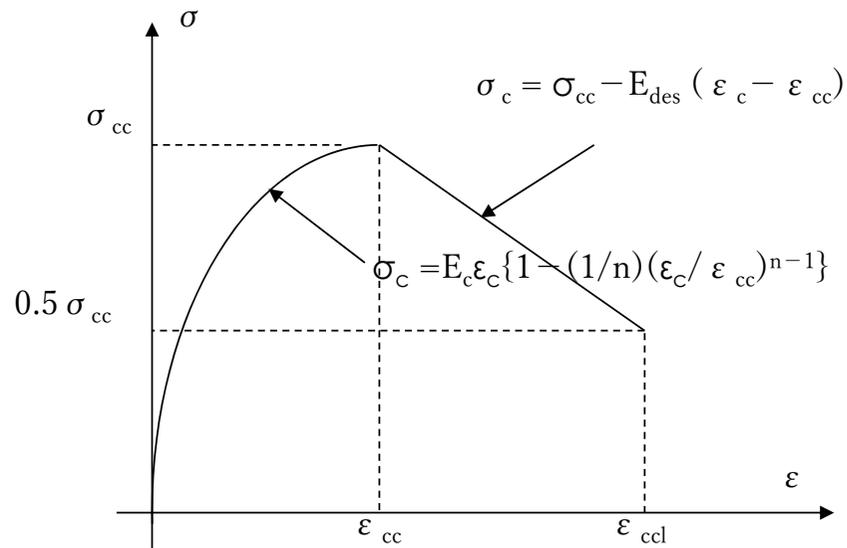
$$\epsilon'_{cu} = \frac{155 - f'_{ck}}{30000} \leq 0.0035$$

$$18 \leq f'_{ck} \leq 80(N/mm^2)$$

- 土木学会α)と同様
- 最大曲げモーメント時の回転角は別途実験式で定めている

設計基準での応力-ひずみ曲線の取扱い：道示

鉄筋コンクリート橋脚の曲げモーメント-曲率骨格曲線算定に用いる



$$n = \frac{E_c \varepsilon_{cc}}{E_c \varepsilon_{cc} - \sigma_{cc}}$$

$$\sigma_{cc} = \sigma_{ck} + 3.8 \alpha \rho_s \sigma_{sy}$$

$$\varepsilon_{cc} = 0.002 + 0.033 \beta \frac{\rho_s \sigma_{sy}}{\sigma_{ck}}$$

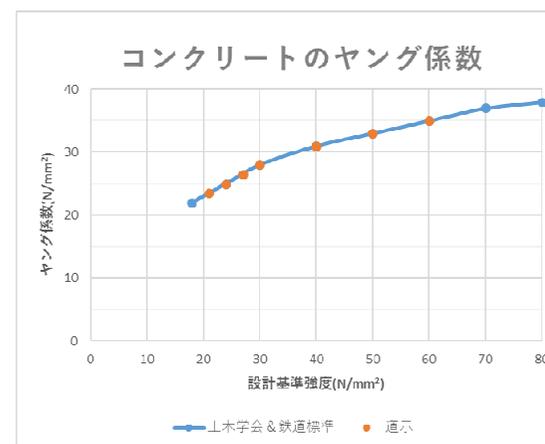
$$E_{des} = 11.2 \frac{\sigma_{ck}^2}{\rho_s \sigma_{sy}}$$

$$\varepsilon_{ccl} = \varepsilon_{cc} + \frac{0.5 \sigma_{cc}}{E_{des}}$$

$$\rho_s = \frac{4A_h}{sd} \leq 0.018$$

設計基準での弾性係数、ポアソン比の取扱い

コンクリート	土木学会、鉄道標準										道示								
ヤング係数	$f'_{ck}(N/mm^2)$		18	24	30	40	50	60	70	80	$f'_{ck}(N/mm^2)$		21	24	27	30	40	50	60
	$E_c(kN/mm^2)$	普通コンクリート	22	25	28	31	33	35	37	38	$E_c(kN/mm^2)$	普通コンクリート	23.5	25	26.5	28	31	33	35
		軽量骨材コンクリート	13	15	16	19	—	—	—	—									
ポアソン比	0.2 (引張を受け、ひび割れを許容する場合は0)										1/6								



2.コンクリートの収縮



乾燥収縮と自己収縮

- ▶ 乾燥収縮とは？

外部に水分が逸散して収縮⇒外部の湿潤条件に関係

- ▶ 自己収縮とは

セメントの水和による自己乾燥⇒外部の湿潤条件に無関係

乾燥収縮に影響を及ぼす要因

- ▶ 単位水量
- ▶ セメント種類：
早強セメント、シリカセメント、高炉セメント > 普通セメント
(C_3A が多いものほど乾燥収縮大)
- ▶ 周辺環境の相対湿度
- ▶ 周辺環境の温度：
温度が高い場合に水分逸散速度が大きく、乾燥収縮大

乾燥収縮に及ぼす単位水量の影響

- ▶ 単位水量が多い程乾燥収縮は大きくなる
- ▶ 同じ単位水量であれば単位セメント量や水セメント比の乾燥収縮に及ぼす影響は小さい

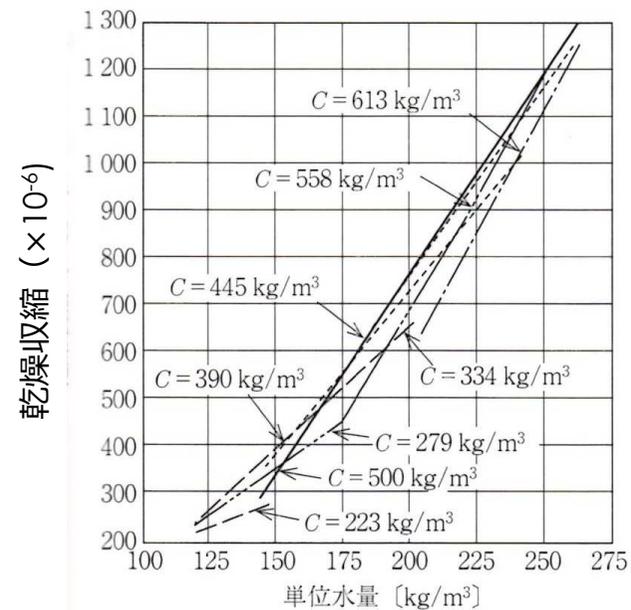


図 4-42 単位水量および単位セメント量とコンクリートの乾燥収縮との関係²⁴⁾

樋口芳郎、村田二郎、小林春夫：コンクリート工学（I）施工、彰国社、1970年

乾燥収縮に及ぼす相対湿度の影響

- ▶ 相対湿度が低い場合、乾燥収縮および乾燥収縮速度とも大きい

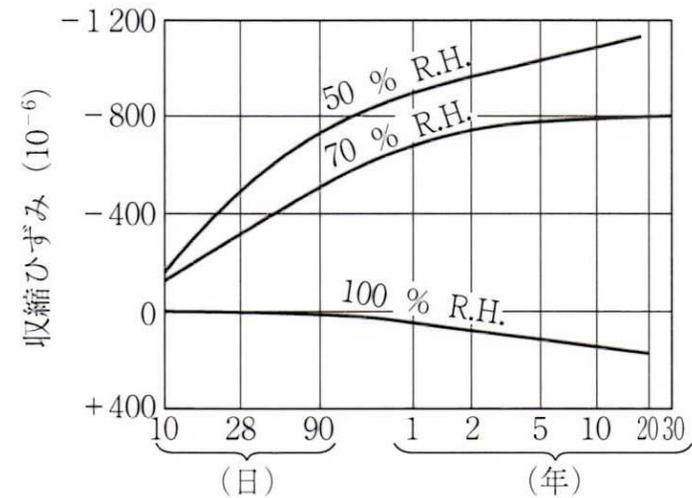


図 4・43 異なる相対湿度におかれたコンクリートの乾燥収縮ひずみ²⁵⁾

自己収縮に影響を及ぼす要因

▶ 水セメント比

⇒水セメント比が小さい程水和反応が著しく、自己収縮がおおきくなる。

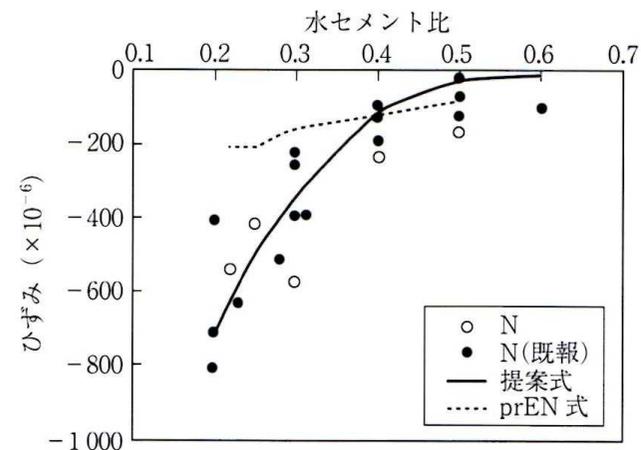


図 4・44 水セメント比と自己収縮ひずみの最終値の関係²⁶⁾
(普通ポルトランドセメント, $W/C=20\sim56\%$, 20°C , ○, ●は実験値, 提案式, prEN式はそれぞれ宮澤ら, Eurocodeの予測式)

宮澤伸吾、黒井登起雄、川合雅弘:コンクリートの自己収縮に及ぼすセメントの種類の影響、コンクリート工学論文集、Vol.24、No.1、pp.429-434、2002年6月

乾燥収縮と自己収縮の割合

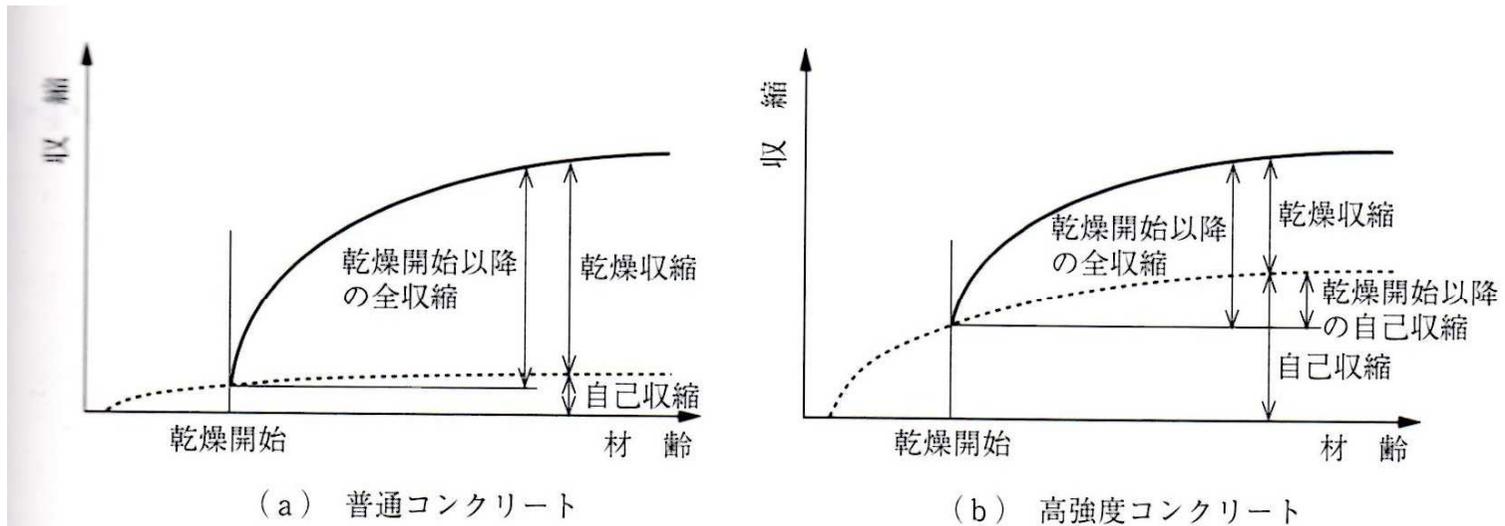
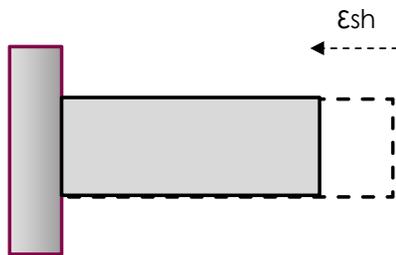


図 4.45 普通コンクリートの収縮と高強度コンクリートの収縮²⁷⁾

土木学会:コンクリートライブラリー108 2002年版標準示方書 改定資料、2002年3月

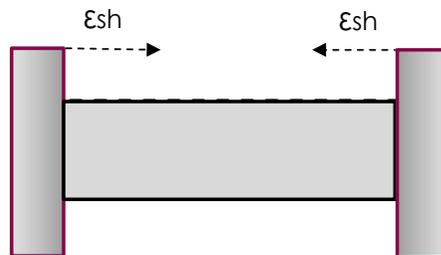
1次元部材の収縮応力

(a)自由収縮



$$\sigma = E(\varepsilon - \varepsilon_{sh}) = E(\varepsilon_{sh} - \varepsilon_{sh}) = 0$$

(b)完全拘束

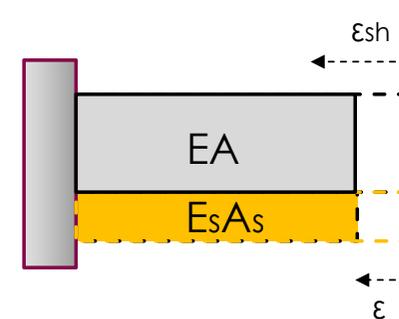


$$\sigma = E(\varepsilon - \varepsilon_{sh}) = E(0 - \varepsilon_{sh}) = - E \varepsilon_{sh}$$

ε_{sh}

∴収縮ひずみに対し引張応力が生じる

(c)部材同士の相互拘束



$$EA(\varepsilon - \varepsilon_{sh}) + E_s A_s \varepsilon = 0$$

$$(EA + E_s A_s) \varepsilon = EA \varepsilon_{sh}$$

$$\therefore \varepsilon = \left\{ \frac{EA}{EA + E_s A_s} \right\} \varepsilon_{sh}$$

$$T = EA(\varepsilon - \varepsilon_{sh}) = - \left\{ \frac{E_s A_s}{EA + E_s A_s} \right\} E \varepsilon_{sh}$$

ε_{sh}

ここに、 ε_{sh} は負の値をとるので、収縮ひずみを生じる部材には引張力Tが、収縮ひずみのない部材には大きさが同じの圧縮力が生じる。

コンクリートの収縮によるひび割れ1

- ▶ 外周部材の拘束によるひび割れ

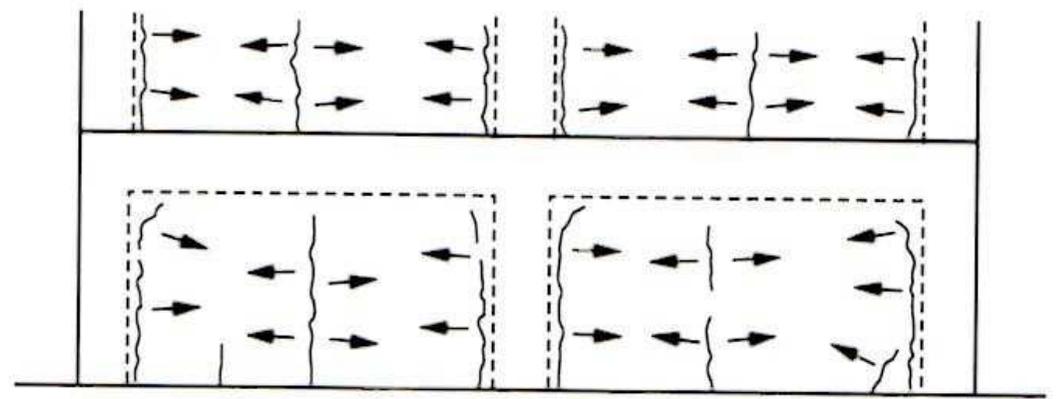


図 4・47 壁の場合のひび割れ³⁰⁾

清水建設テクニカルグループ:コンクリート建物のひび割れ, テクネット, 1990年7月

コンクリートの収縮によるひび割れ2

- ▶ 上面の外周ひび割れ：
スラブ端負モーメント
の影響
- ▶ 下面の中央部ひび割れ：
正モーメントの影響

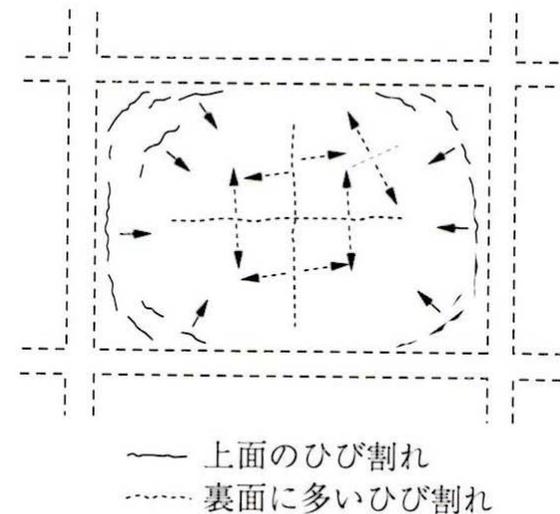


図 4・48 剛性が小さい床のひび割れ³⁰⁾

コンクリートの収縮によるひび割れ3

- ▶ 温度、湿度の高い内側（屋内側）の収縮ひずみは大きい

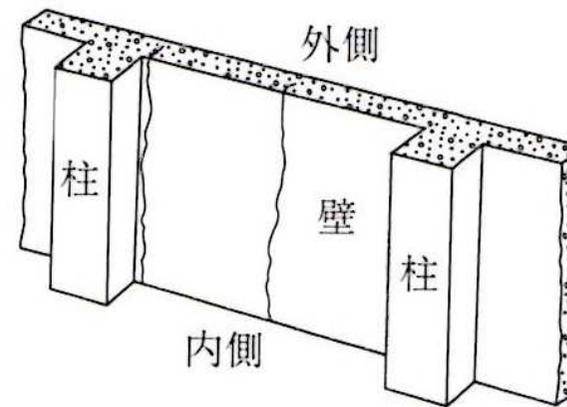


図 4・50 部材両面の温度・湿度の差によるひび割れ³¹⁾

設計基準での収縮ひずみの取扱い

(1) 一般

圧縮強度55N/mm²以下のコンクリートを対象

鉄道標準

不静定力の解析に用いるコンクリートの収縮ひずみ			
構造物の種類		$\epsilon'_{CS} (\times 10^{-6})$	
鉄筋コンクリート構造物	ラーメン	150	
	アーチ	軸方向鉄筋比0.5%以上	150
		軸方向鉄筋比0.1%以上0.5%未満	200
プレストレストコンクリート構造物		150	
軽量骨材コンクリートを用いた構造物		150	

* この値を用いる場合にはコンクリートのクリープの影響を加算してはならない

設計基準での収縮ひずみの取扱い

(2) 材齢に伴う収縮ひずみの変動を考慮する場合

鉄道標準

通常の部材* ¹⁾ に対するコンクリートの収縮ひずみ $\varepsilon'_{cs} (\times 10^{-6})$					
	コンクリートの乾燥収縮開始材齢* ²⁾				
	3日以内	4~7日	28日	3カ月	1年
屋外の場合* ³⁾	250	200	180	160	120
屋内の場合* ⁴⁾	400	350	270	210	120
*1) 通常の部材とは有効高さが200~600mm程度のものを指す					
*2) 収縮を考慮し始めるときの材齢					
*3) 年平均相対湿度が約70%である我が国の気象条件を考慮して定めた。					
*4) 年平均相対湿度が約40%として定めた。					

道示

プレストレスを導入するときの コンクリートの材齢 (日)	4~7	28	90	365
乾燥収縮度	20×10^{-5}	18×10^{-5}	16×10^{-5}	12×10^{-5}
* 普通及び早強ポルトランドセメント使用の場合				
** 相対湿度70%、部材の仮想厚さが400mm程度を想定				

設計基準での収縮ひずみの取扱い

(3) 材齢に伴う収縮ひずみの計算式例

道示

$$\varepsilon_{cs}(t, t_0) = \varepsilon_{s0} \cdot \beta_s(t - t_0)$$

ここに、

$\varepsilon_{cs}(t, t_0)$: コンクリートの乾燥開始材齢 t_0 日から材齢 t 日までの乾燥収縮度

ε_{s0} : 基本乾燥収縮ひずみで、水中 -10×10^{-5} 、相対湿度90%、70%、40%に対しそれぞれ $+10 \times 10^{-5}$ 、 $+25 \times 10^{-5}$ 、 $+50 \times 10^{-5}$ 、を用いてよい。

$\beta_s(t)$: コンクリートの材齢 t 日及び部材仮想厚さ h_{th} に関する関数

$$h_{th} = \lambda \cdot (A_c / u)$$

h_{th} : 部材の仮想厚さ(mm)

λ : 環境条件に関する係数で、水中60、相対湿度90%10、相対湿度70%3、相対湿度40%2の値を用いてよい。

A_c : 部材の断面積(mm²)

u : 外気に接する部材の周長(mm)

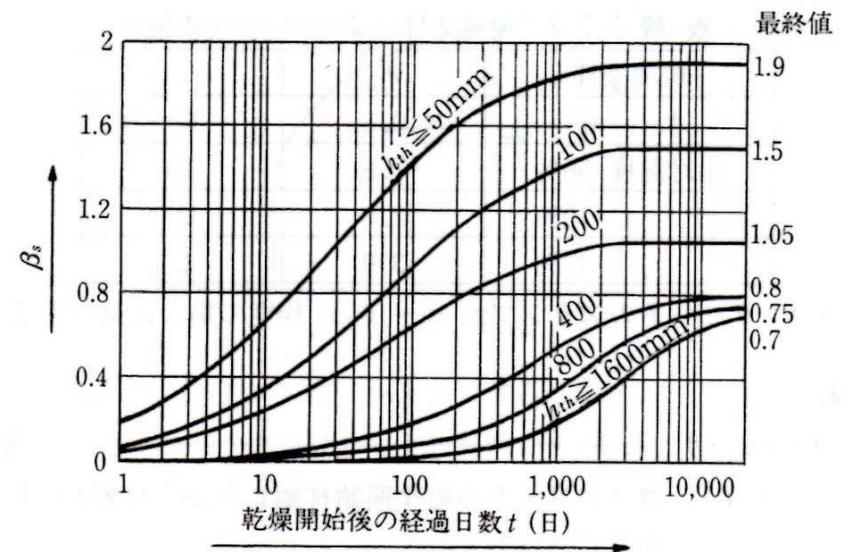


図-解 2.2.15 $\beta_s(t)$ の値

3.コンクリートの クリープ



クリープ時間曲線

- ▶ 一定の応力が持続的に作用することで時間経過とともにひずみが増加 = クリープひずみ ε_c
- ▶ $\varepsilon_c = \frac{\sigma_c}{E_c} \varphi = \varepsilon_0 \varphi$ (弾性ひずみに比例)
- ▶ φ : クリープ係数(=1.2~2.8)

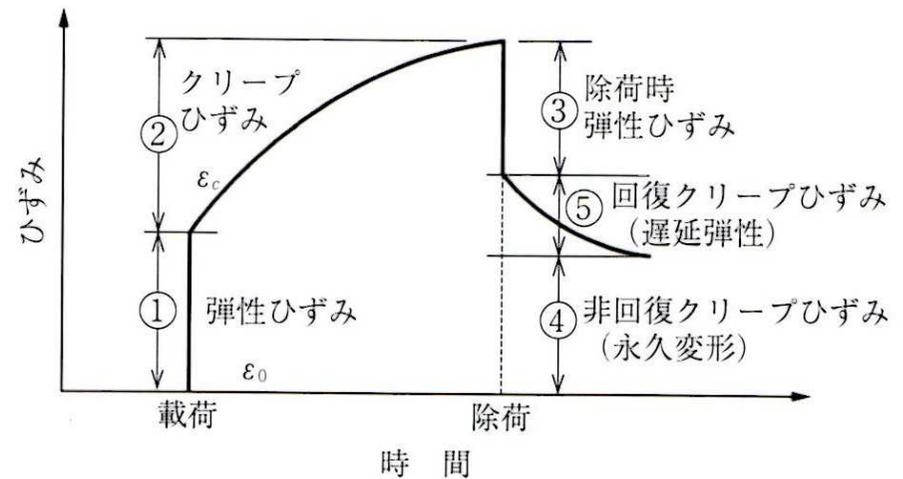


図 4・36 コンクリートのクリープ時間曲線

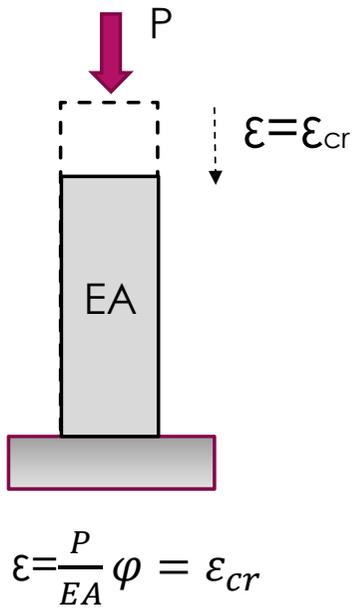
クリープに影響を及ぼす要因

- ▶ 乾燥のし易さ（湿度、部材寸法⇒小）
- ▶ 水分量（水セメント比⇒大）
- ▶ 載荷時応力⇒大
- ▶ 載荷時材齢⇒若材齢

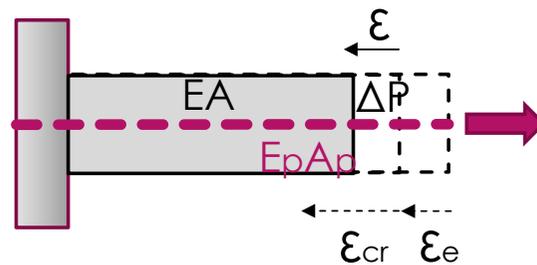
➡ クリープ大

1次元部材のクリープひずみ

(a) 持続荷重下のクリープ



(b) プレストレスカに対するクリープ緊張力の変動 ΔP



クリープひずみによる緊張力の変動 ΔP を求める。

緊張力載荷後の力の釣合いを考慮して、

$$EA(\varepsilon - \varepsilon_{cr}) + E_p A_p \varepsilon = 0$$

但し、ひずみは引張を正と定義

$$(EA + E_p A_p) \varepsilon = EA \varepsilon_{cr}$$

$$\therefore \varepsilon = \left\{ \frac{EA}{EA + E_p A_p} \right\} \varepsilon_{cr}$$

従って、

$$\Delta P = \left\{ \frac{E_p A_p EA}{EA + E_p A_p} \right\} \varepsilon_{cr}$$

設計基準でのクリープひずみの取扱い

(1) 弾性ひずみに比例

鉄道標準&道示

圧縮応力による弾性ひずみに比例するとして一般に以下の式により算定する。

$$\varepsilon_{cc} = \frac{\sigma_c}{E_c} \varphi$$

ここに、

ε_{cc} : コンクリートのクリープひずみ

σ_c : 持続荷重による応力度(N/mm^2)

E_c : コンクリートのヤング係数(N/mm^2)

φ : コンクリートのクリープ係数

設計基準でのクリープひずみの取扱い

(2) クリープ係数

鉄道標準

圧縮強度55N/mm²以下のコンクリートを対象

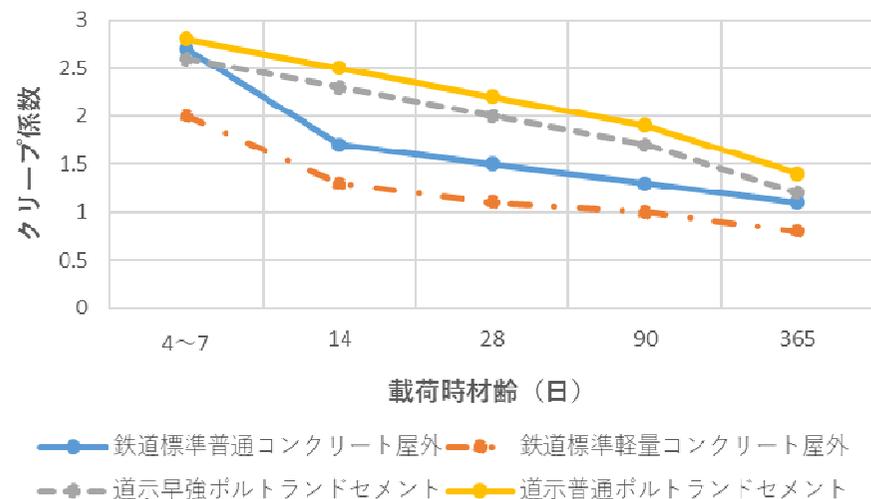
普通コンクリートのクリープ係数

	プレストレス導入時または載荷時のコンクリートの材齢				
	4~7日	14日	28日	3カ月	1年
屋外の場合	2.7	1.7	1.5	1.3	1.1
屋内の場合	2.4	1.7	1.5	1.3	1.1

道示

プレストレスを載荷するときの コンクリートの材齢 (日)		4~7	14	28	90	365
クリープ 係数	早強ポルトランドセ メント使用	2.6	2.3	2.0	1.7	1.2
	普通ポルトランドセ メント使用	2.8	2.5	2.2	1.9	1.4

現行基準で採用されるクリープ係数



設計基準でのクリープひずみの取扱い

(3) 材齢に伴うクリープひずみの計算式例

道示

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_{d0} \cdot \beta_d(t - t_0) + \varphi_{f0} \{ \beta_f(t) - \beta_f(t_0) \}$$

ここに、

φ_{d0} : 持続荷重を取り除くと時間経過とともに回復するひずみ (遅れ弾性ひずみ) に対するクリープ係数で、一般に0.4としてよい。

φ_{f0} : 持続荷重を取り除いても回復しないクリープひずみ (フローひずみ) に対するクリープ係数で、水中0.8、相対湿度90%1.3、相対湿度70%2.0、相対湿度40%3.0の値を用いてよい。

$$h_{th} = \lambda \cdot (A_c / u)$$

h_{th} : 部材の仮想厚さ(mm)

λ : 環境条件に関する係数で、水中60、相対湿度90%10、相対湿度70%3、相対湿度40%2の値を用いてよい。

A_c : 部材の断面積(mm²)

u : 外気に接する部材の周長(mm)

設計基準でのクリープひずみの取扱い

(3) 材齢に伴う収縮ひずみの計算式例

道示

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_{d0} \cdot \beta_d(t - t_0) + \varphi_{f0} \{ \beta_f(t) - \beta_f(t_0) \}$$

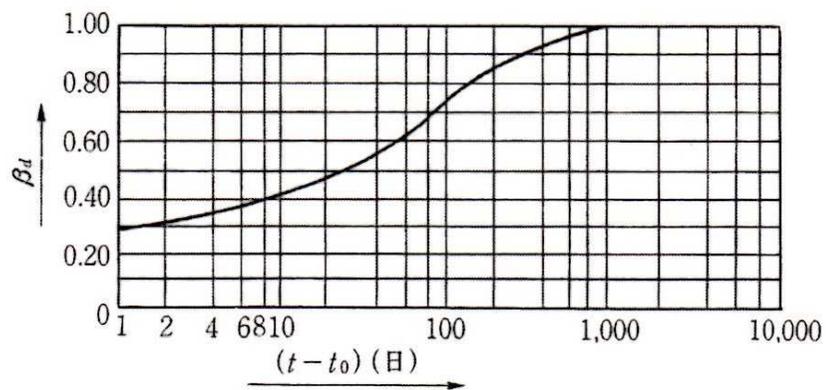


図-解 2.2.13 $\beta_d(t - t_0)$ の値

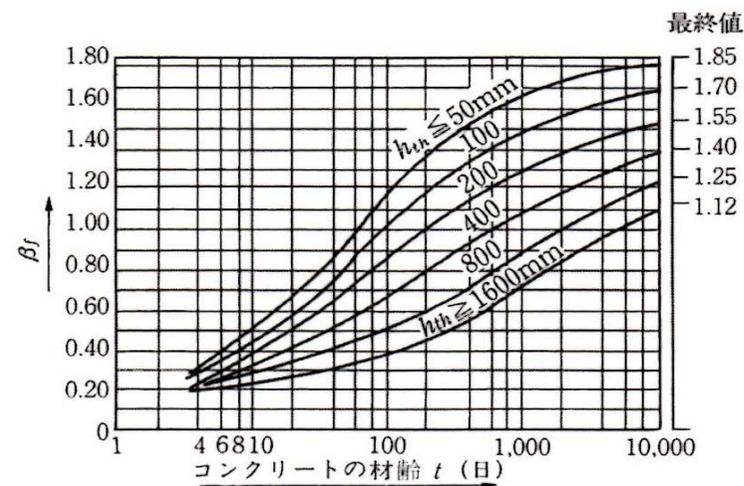


図-解 2.2.14 $\beta_f(t)$ の値